

Veri Zarflama Analizine

Giriş

Dr.Öğr.Üyesi Serpil Aydın

Doğrusal Programlama

- Amaç: Karı maksimize etmek veya maliyeti minimize etmek
- Uygulama adımlar:
 1. Doğrusal programlama ile çözülecek problemi belirlemek
 2. Problemin matematiksel modelini kurmak
 3. Problemi çözmek
 4. Sonuçları değerlendirmek

Model Bileşenleri

- Karar değişkenleri
- Amaç fonksiyonu
- Kısıtlar
- Parametreler

Modeli Formüle Etmenin Adımları

1.Adım : Karar değişkenlerinin belirlenmesi

2.Adım : Amaç fonksiyonunun oluşturulması

3.Adım : Kısıtların oluşturulması

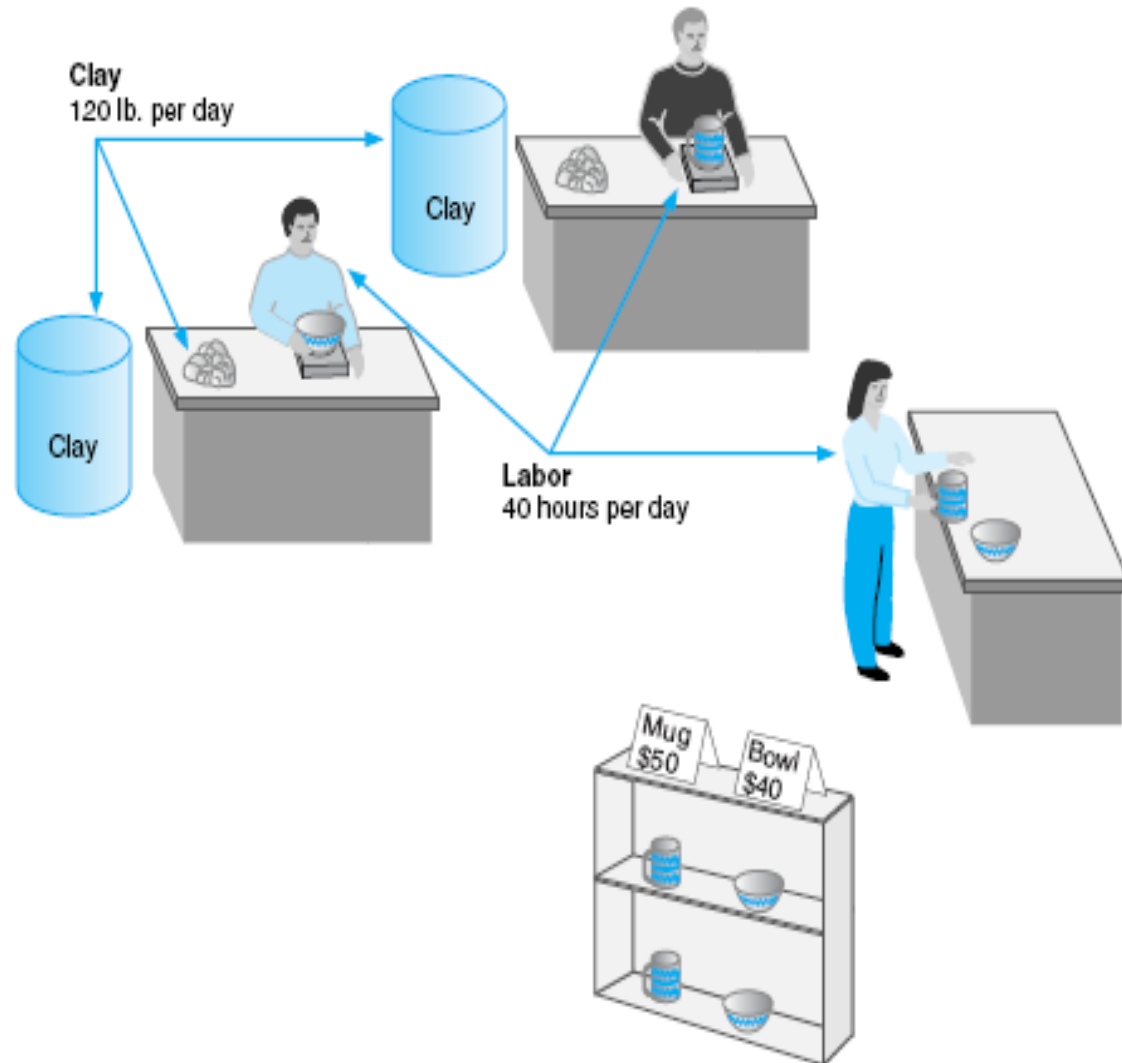
Doğrusal Programlama Modelleme

Maksimizasyon Örneği

- Beaver Creek Pottery Company
- Karı maksimize etmek için şirket kaç tane tabak ve bardak üretmelidir?

Resource Requirements			
Product	Labor (Hr./Unit)	Clay (Lb./Unit)	Profit (\$/Unit)
Bowl	1	4	40
Mug	2	3	50

Figure 2.1
Beaver Creek Pottery Company



Doğrusal Programlama Modeli:

$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

Kısıtlar:

$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$
$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Uygun Çözüm

Örneğin;

$$x_1 = 5 \text{ tabak}$$
$$x_2 = 10 \text{ bardak}$$
$$Z = \$40x_1 + \$50x_2 = \$700$$

İş gücü kısıtı: $1(5) + 2(10) = 25 < 40 \text{ saat}$

Kil kısıtı: $4(5) + 3(10) = 50 < 120 \text{ kg}$

Geçersiz çözüm

Örneğin:

$$x_1 = 10 \text{ tabak}$$
$$x_2 = 20 \text{ bardak}$$
$$Z = \$40x_1 + \$50x_2 = \$1400$$

İşgücü kısıtı : $1(10) + 2(20) = 50 > 40$ saat

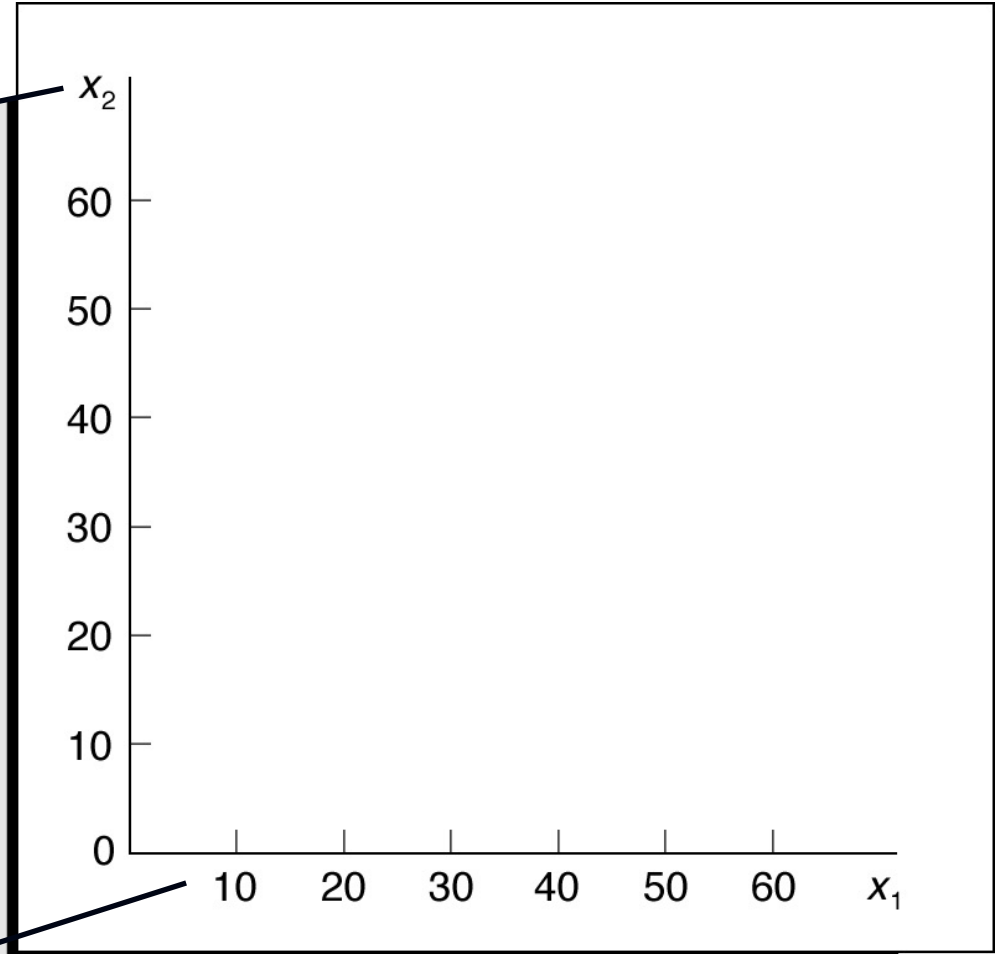
Doğrusal Programlama Modellerinin Grafiksel Çözümü

X₂ bardak

$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

Kısıtlar:

$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$
$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$



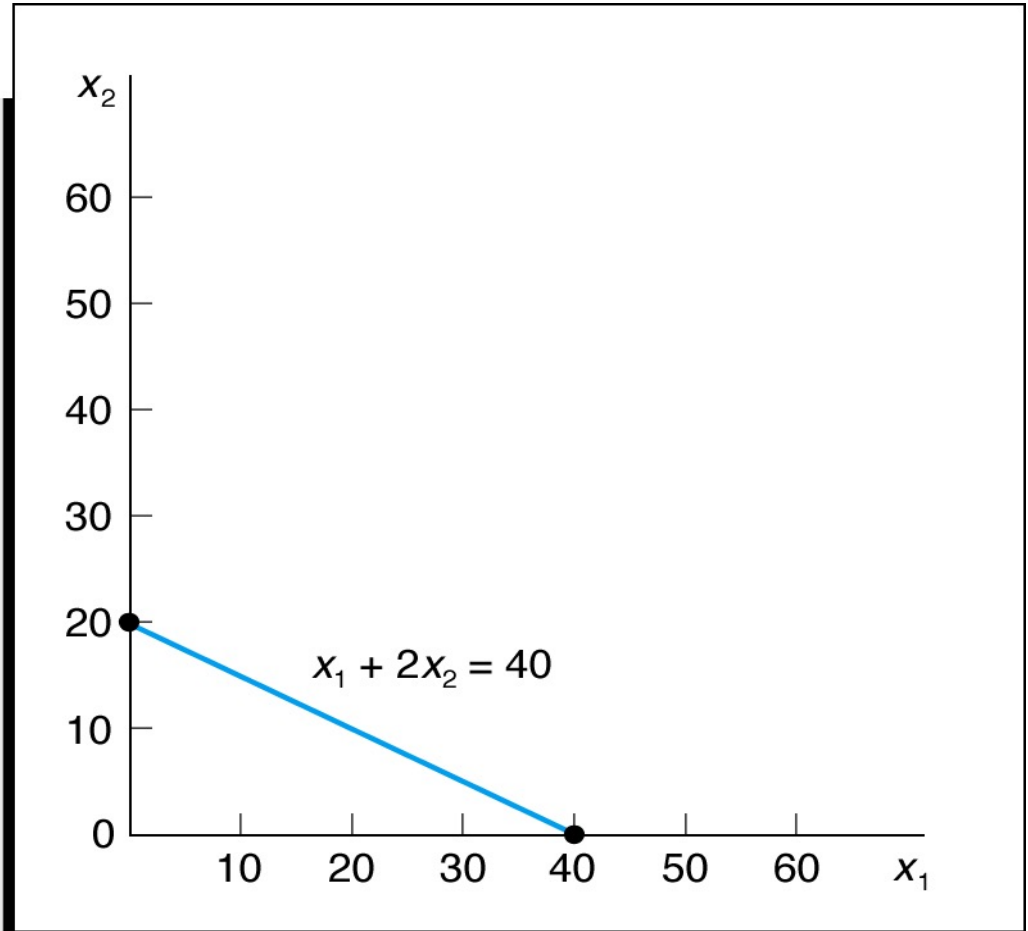
X₁ tabak

$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

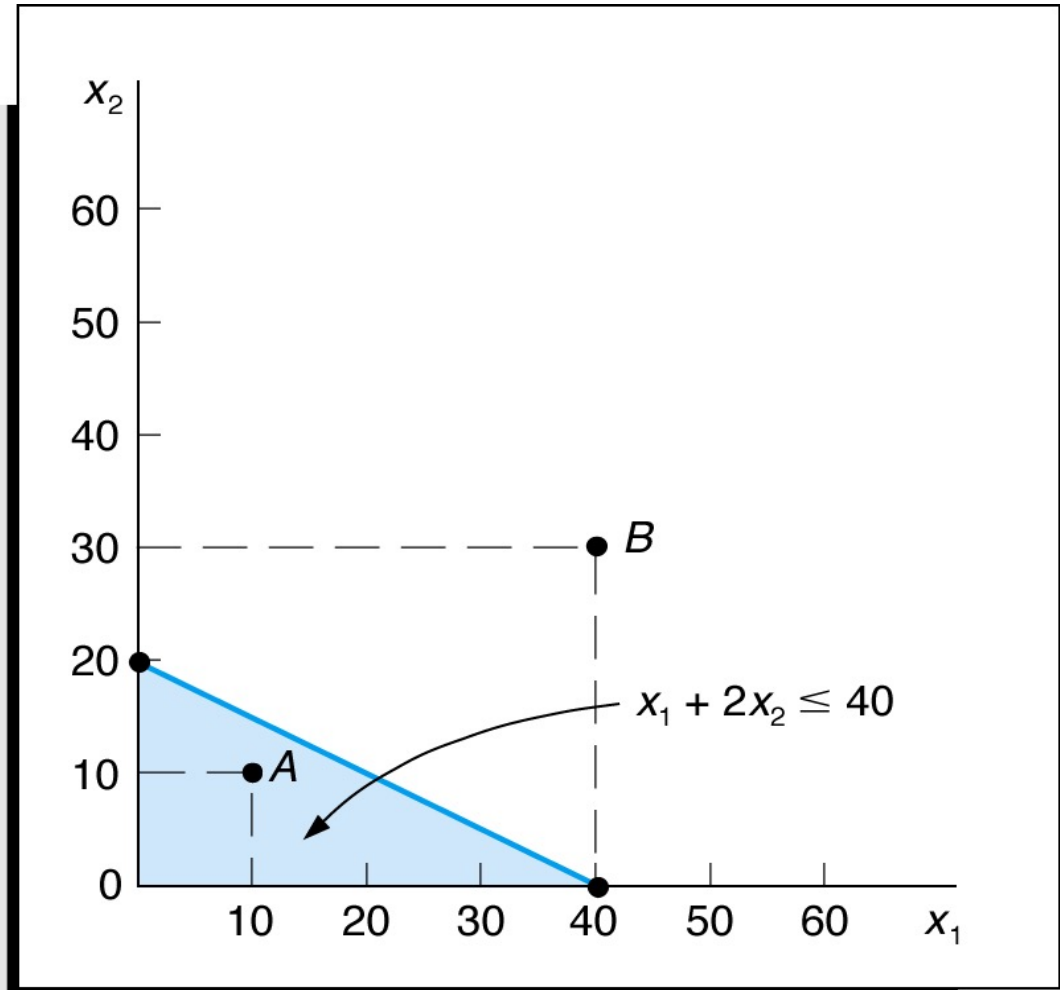


$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

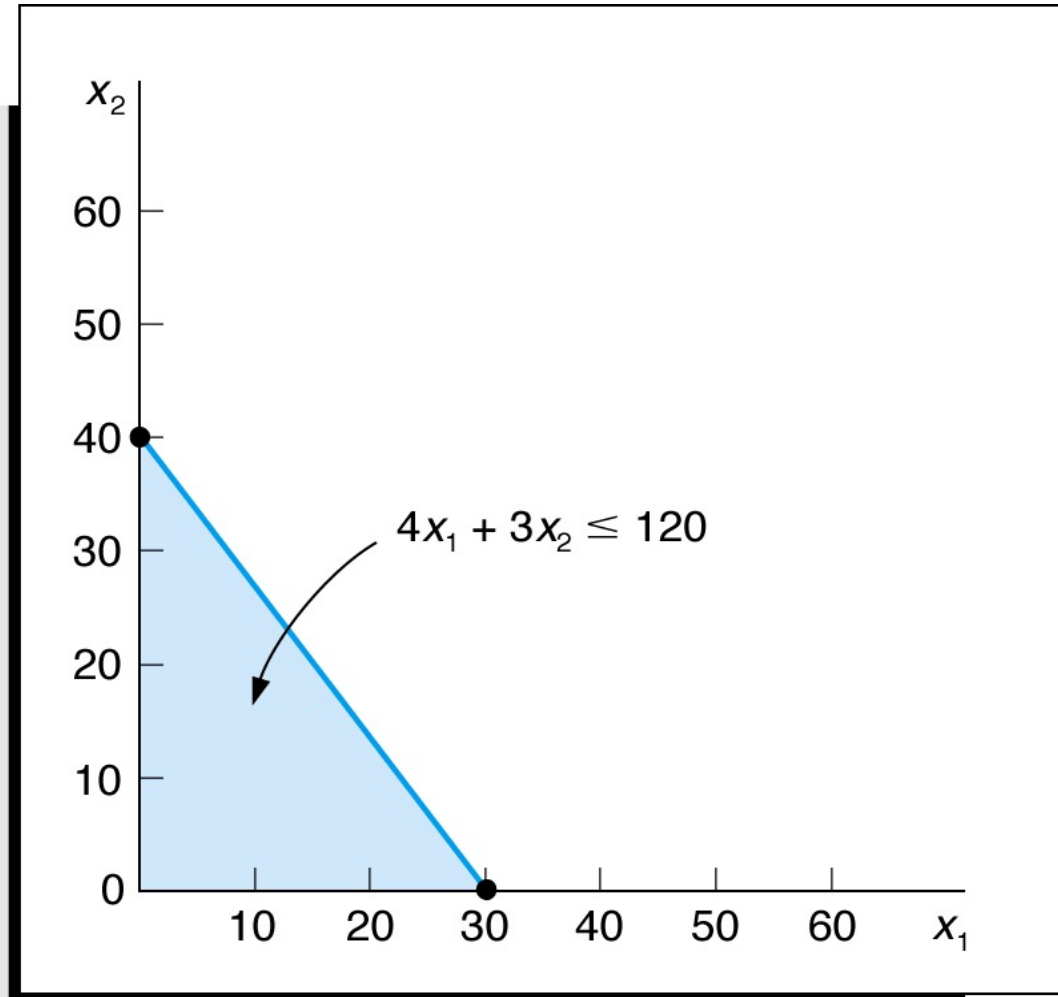


$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

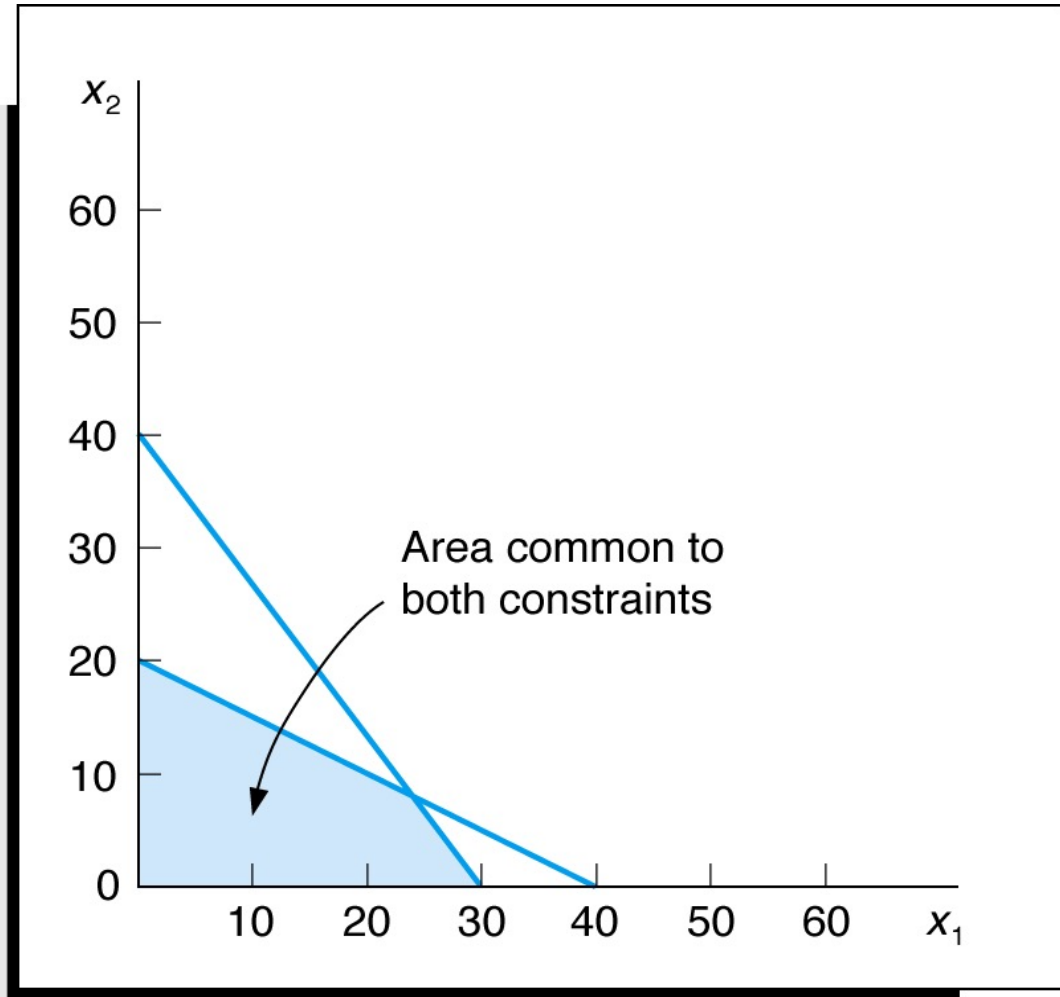


$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

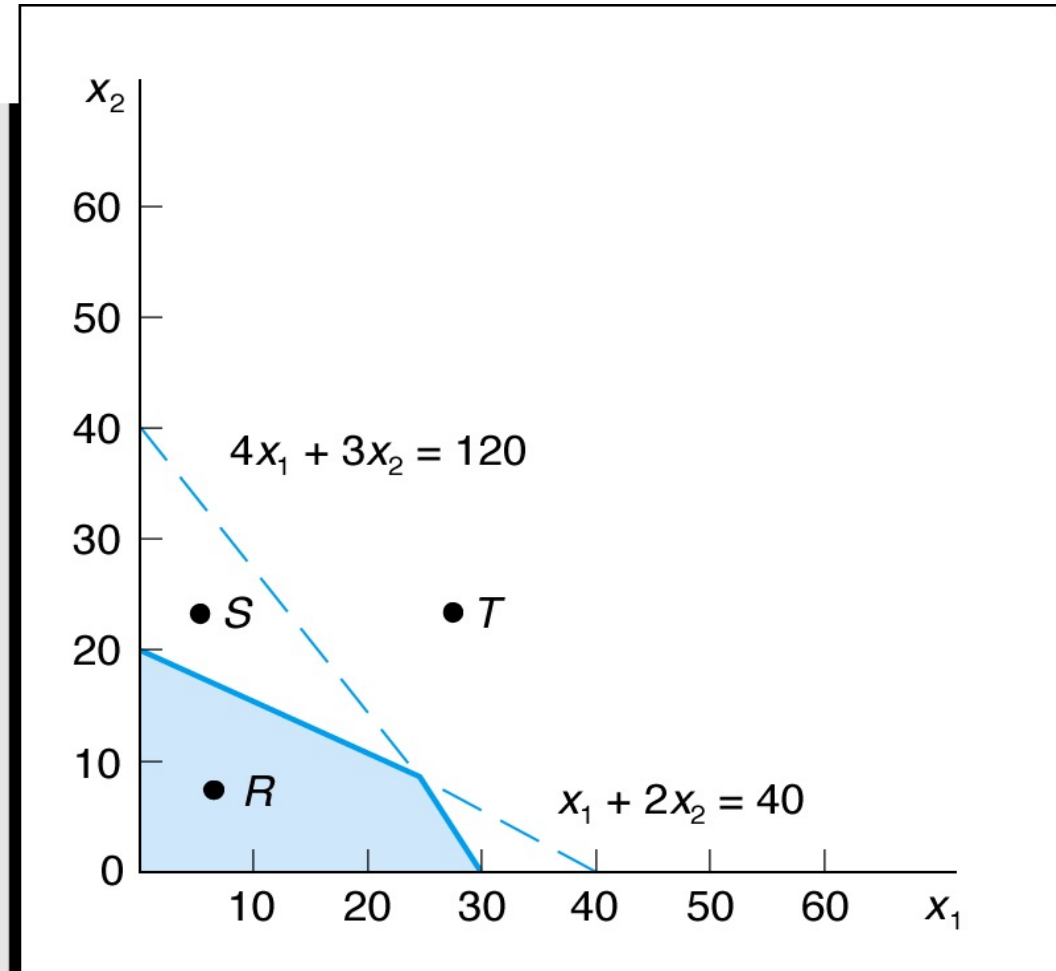


$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

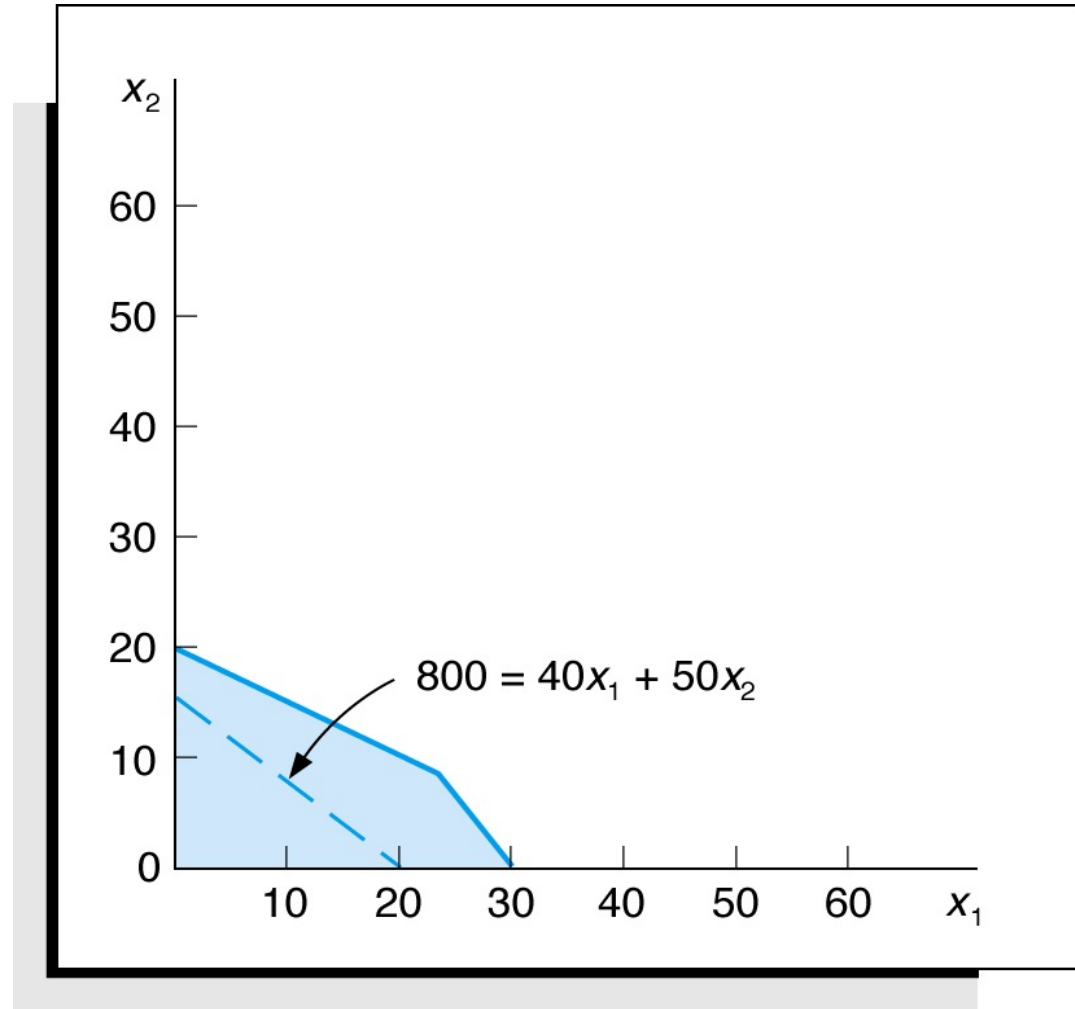
$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

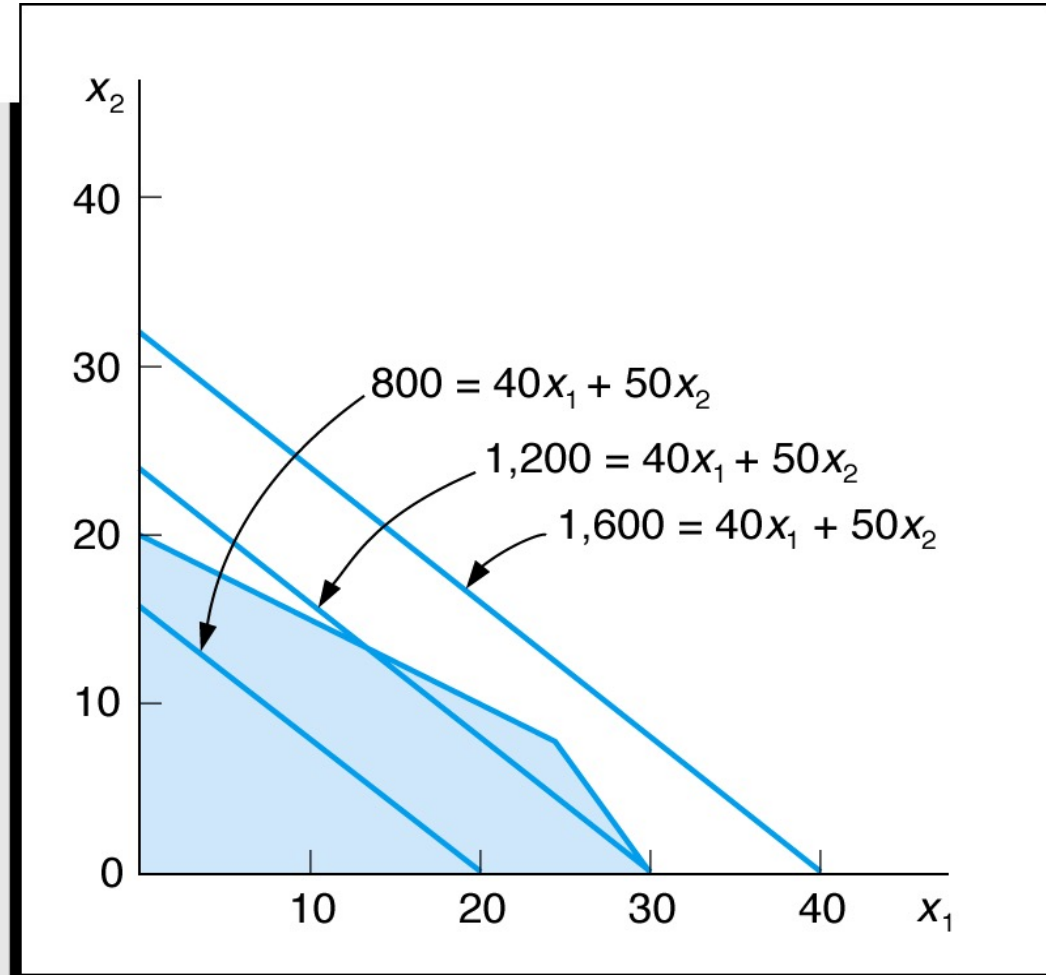
$$x_1, x_2 \geq 0$$



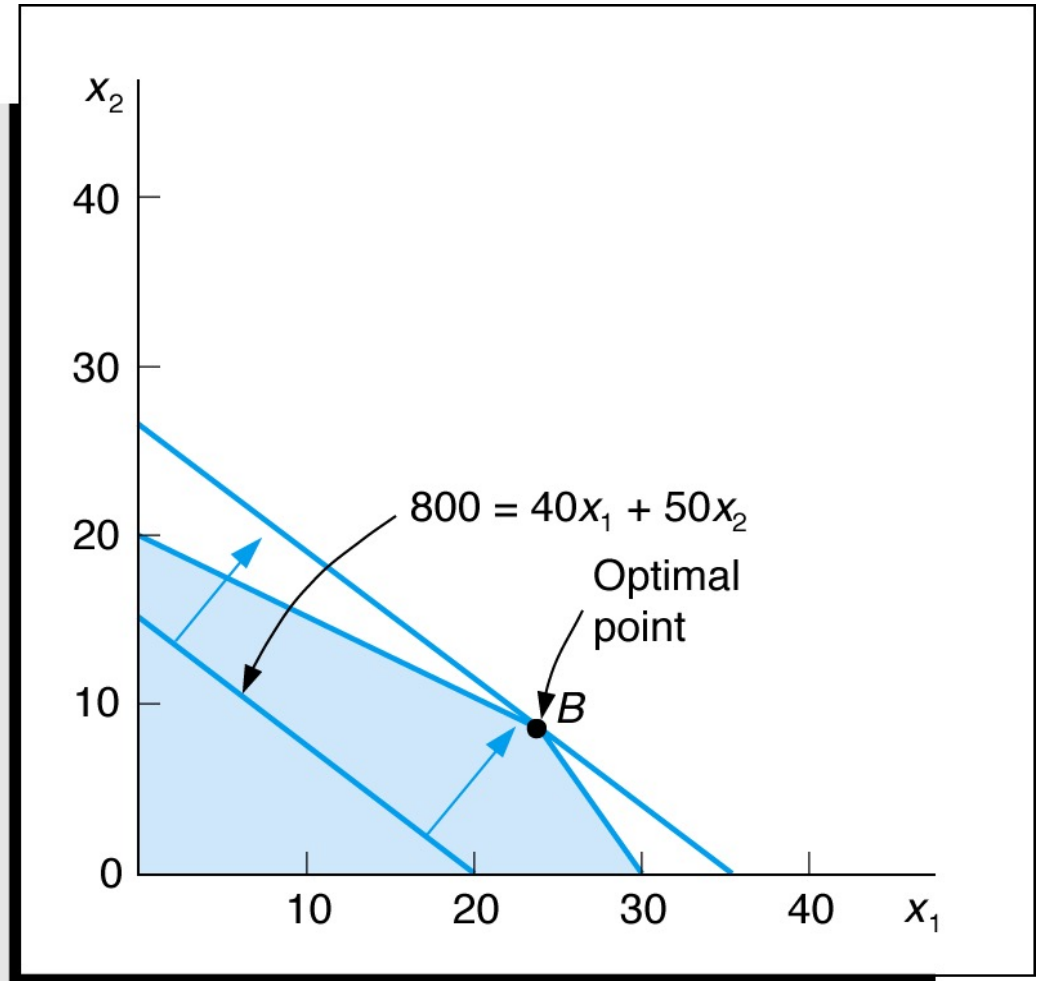
$$\begin{aligned}\text{Max } Z &= \$40x_1 + \$50x_2 \\ 1x_1 + 2x_2 &\leq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$



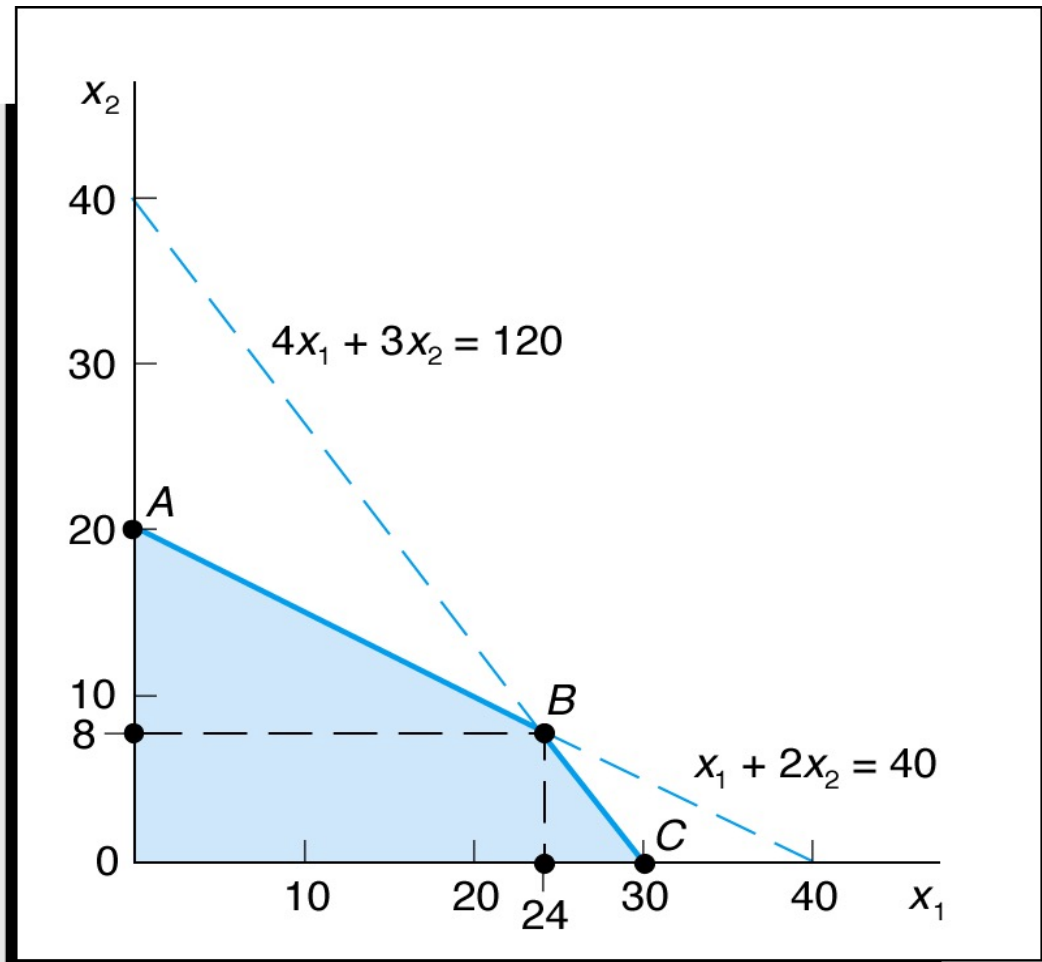
$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= \$40x_1 + \$50x_2 \\ 1x_1 + 2x_2 &\leq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{Max } Z &= \$40x_1 + \$50x_2 \\ 1x_1 + 2x_2 &\leq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{Max } Z &= \$40x_1 + \$50x_2 \\ 1x_1 + 2x_2 &\leq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

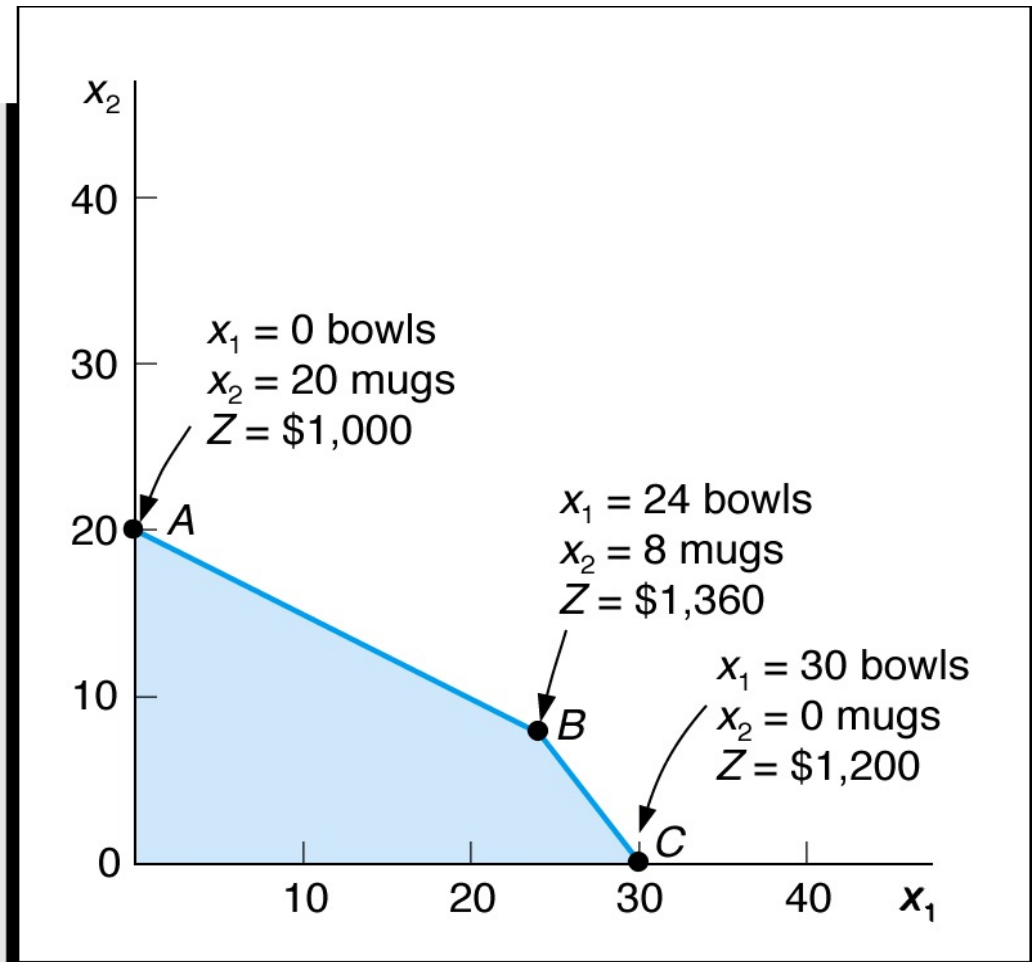


$$\text{Max } Z = \$40x_1 + \$50x_2$$

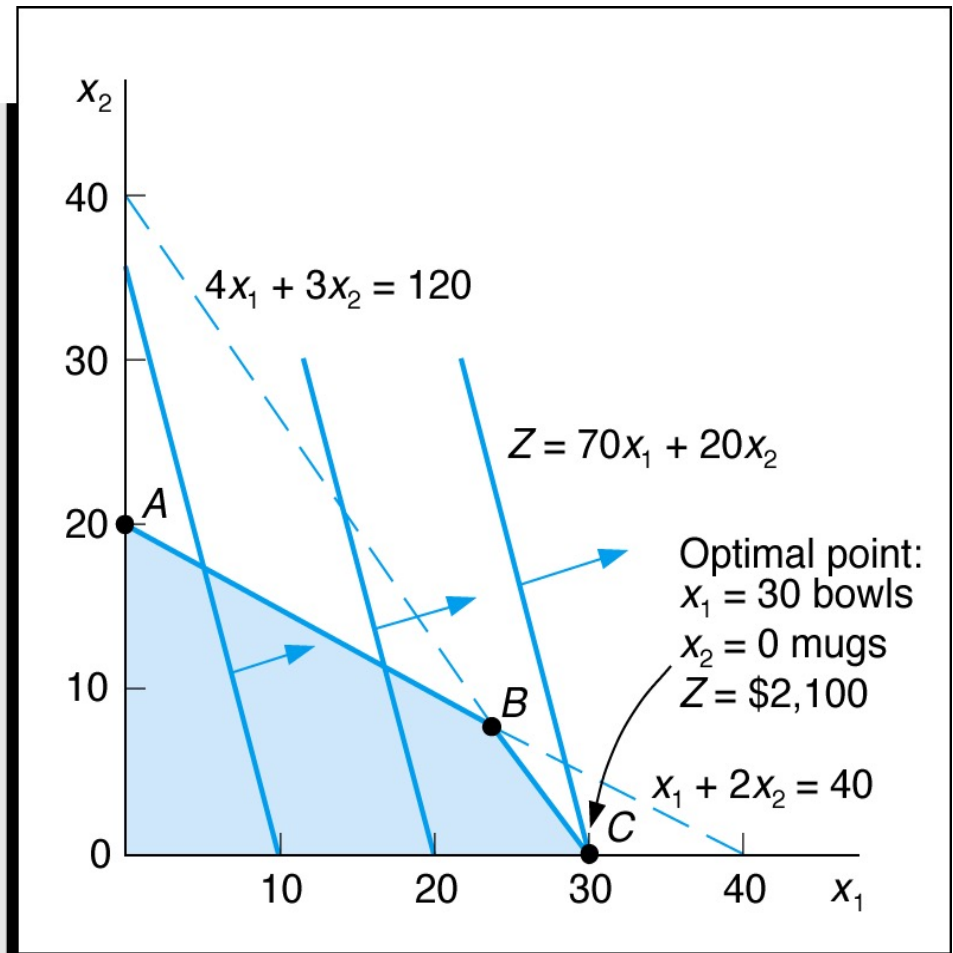
$$1x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= \$70x_1 + \$20x_2 \\ 1x_1 + 2x_2 &\leq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



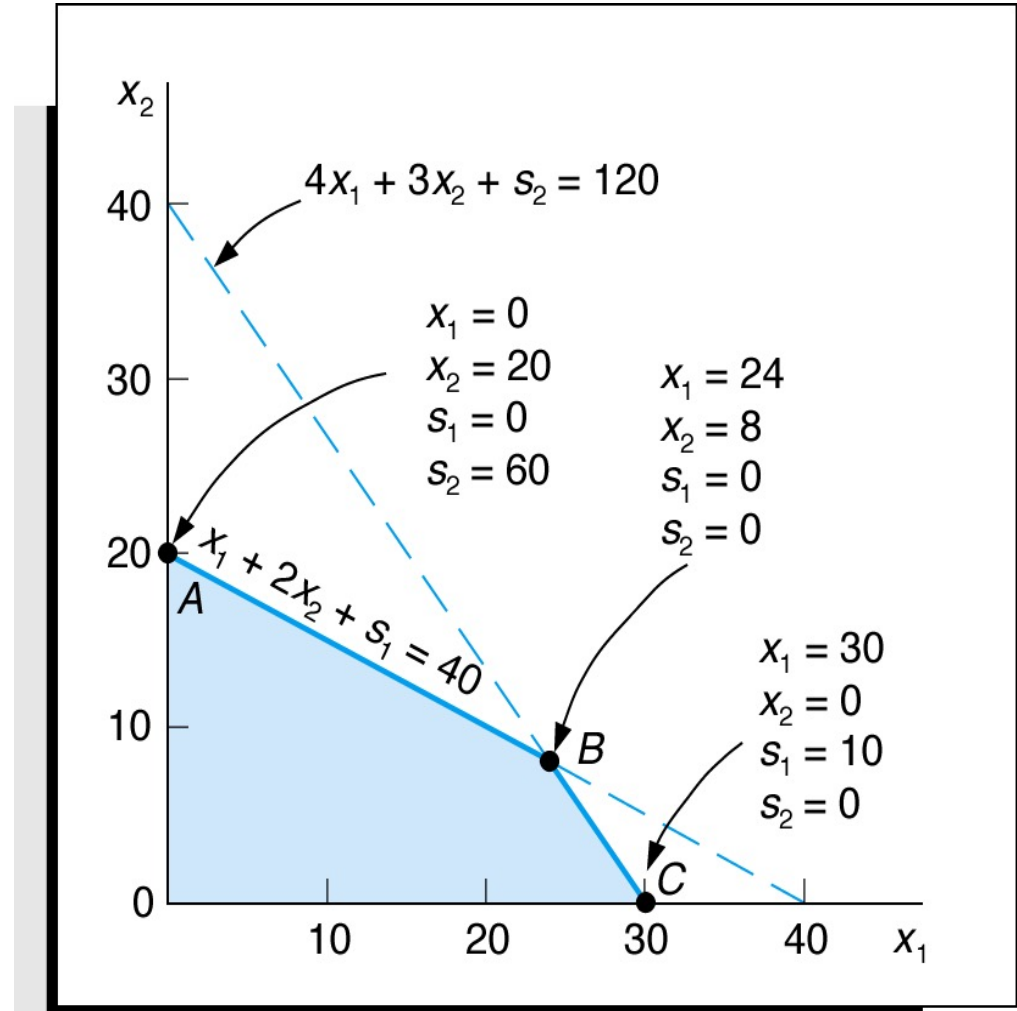
Doğrusal Programlama Modeli: Doğrusal Form

$$\text{Max } Z = 40x_1 + 50x_2 + s_1 + s_2$$

$$\text{Kısıtlar: } 1x_1 + 2x_2 + s_1 = 40$$

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120$$

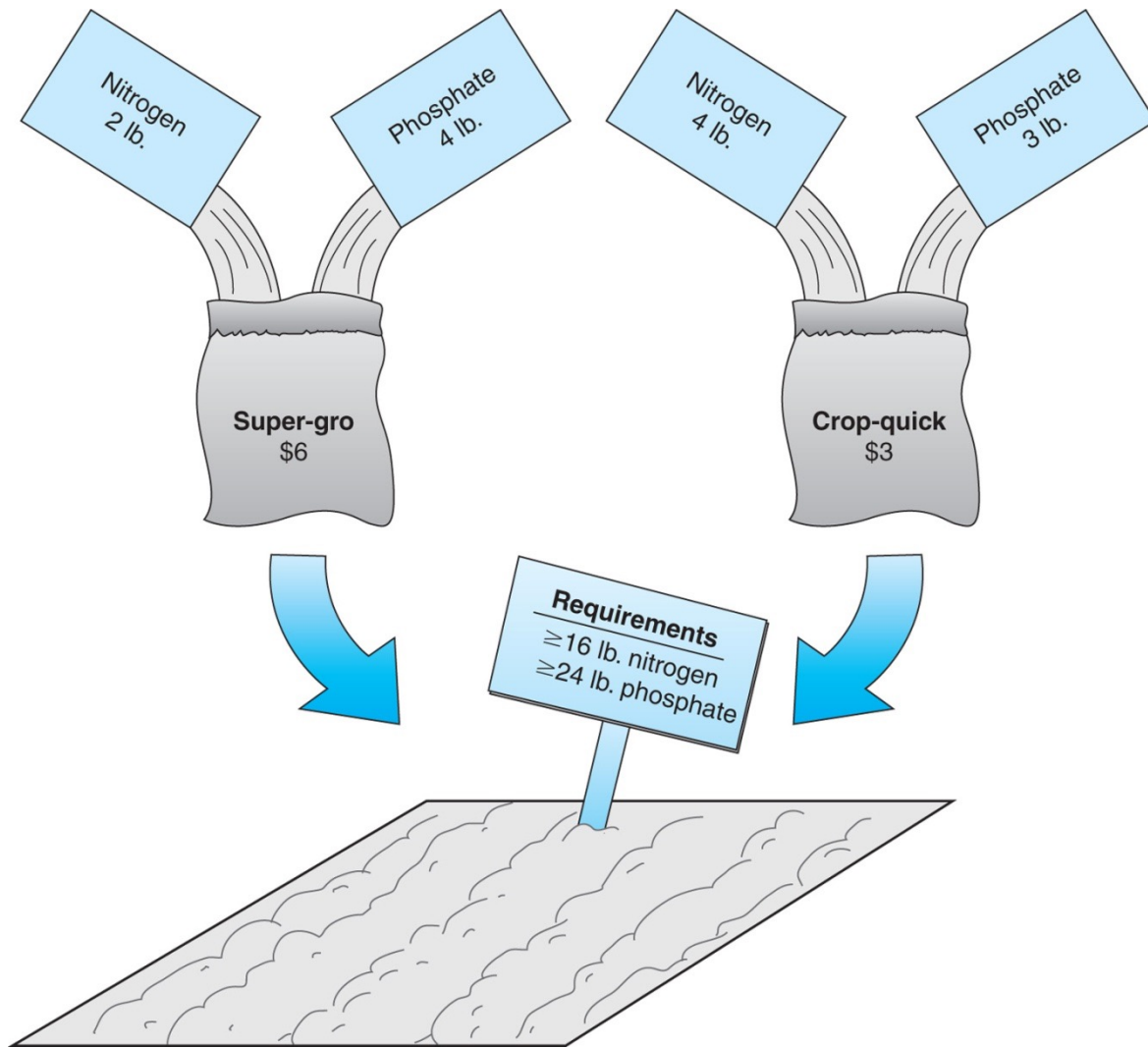
$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$



Minimizasyon Örneği

- İki marka gübre kullanılıyor: (Super-gro, Crop-quick).
- Tarlaya en az 16 br nitrojen ve 24 br fosfat gerekmektedir.
- Super-gro gübrenin torbası \$6, Crop-quick gübrenin torbası \$3
- Problem: Toplam gübre maliyetini minimize etmek için kaç kg gübre alınmalıdır?

Brand	Chemical Contribution	
	Nitrogen (lb/bag)	Phosphate (lb/bag)
Super-gro	2	4
Crop-quick	4	3

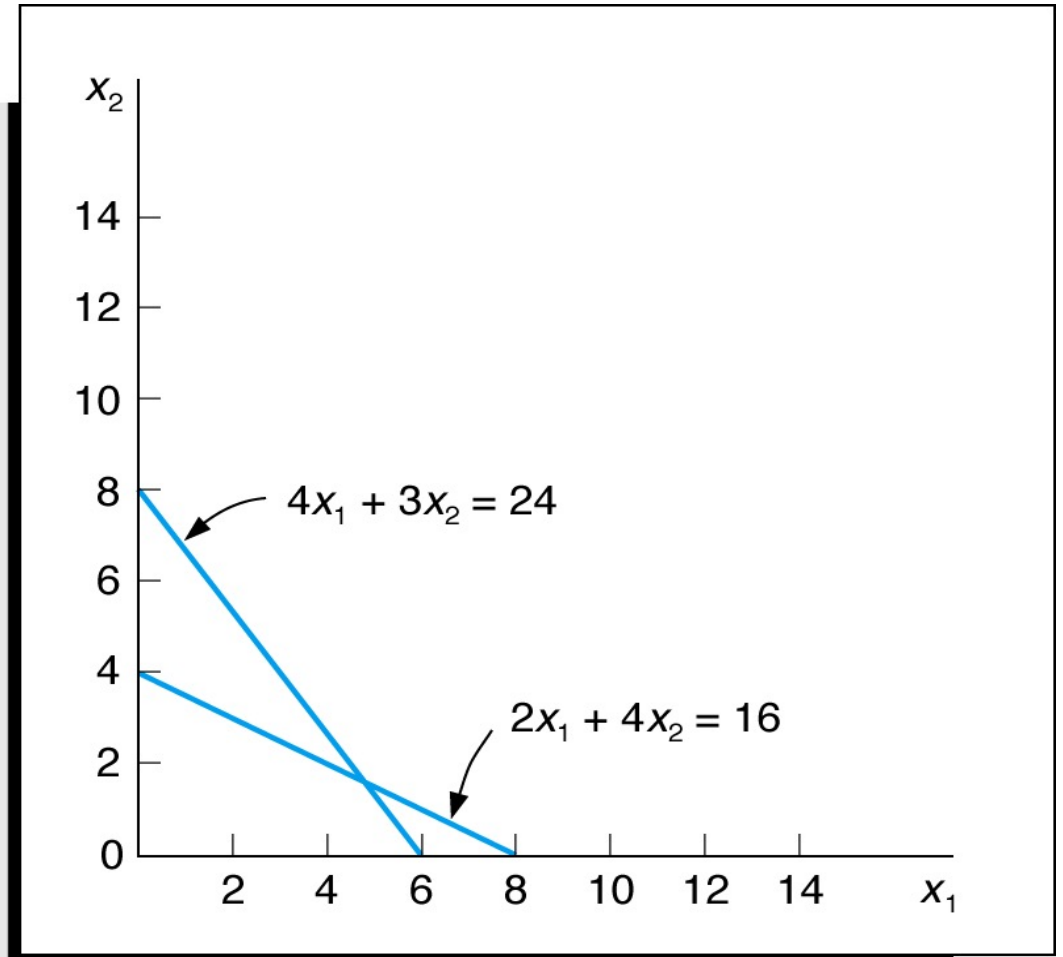


$$\text{Min } Z = \$6x_1 + \$3x_2$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

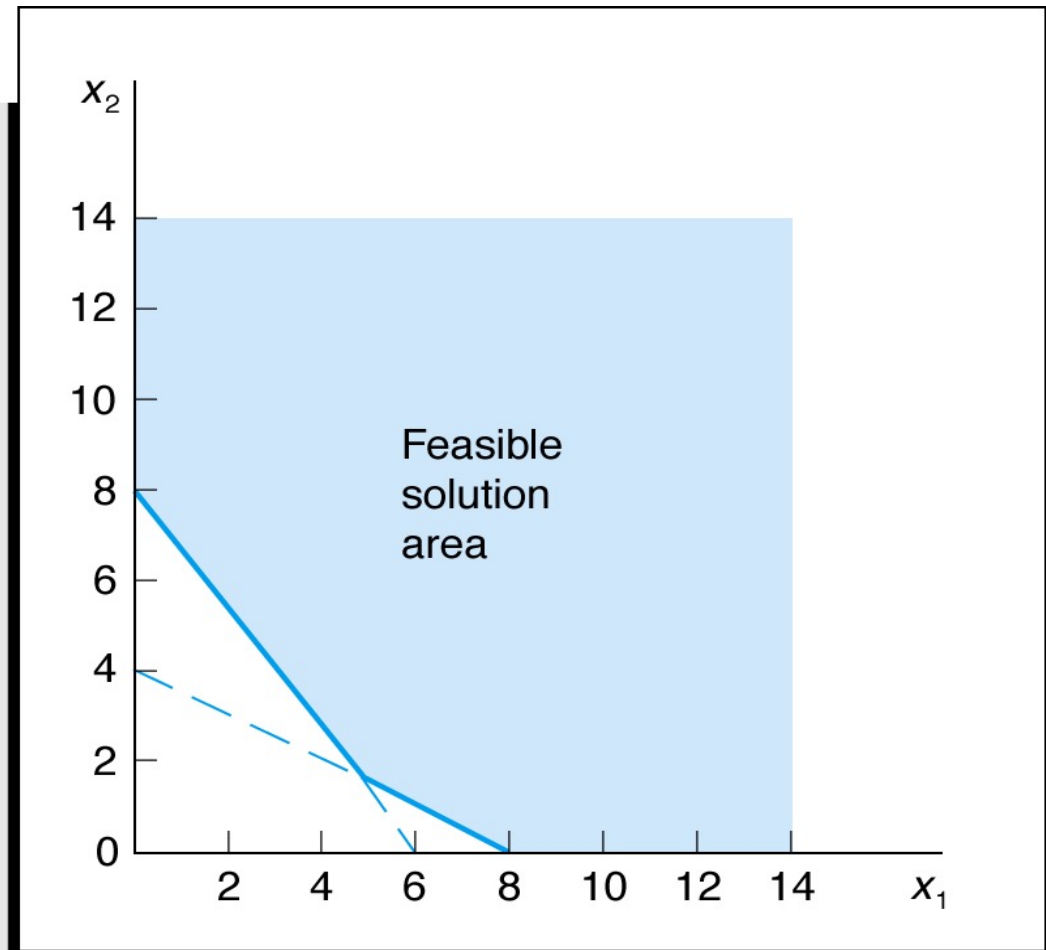


$$\text{Min } Z = \$6x_1 + \$3x_2$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16$$

$$4x_2 + 3x_1 \geq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

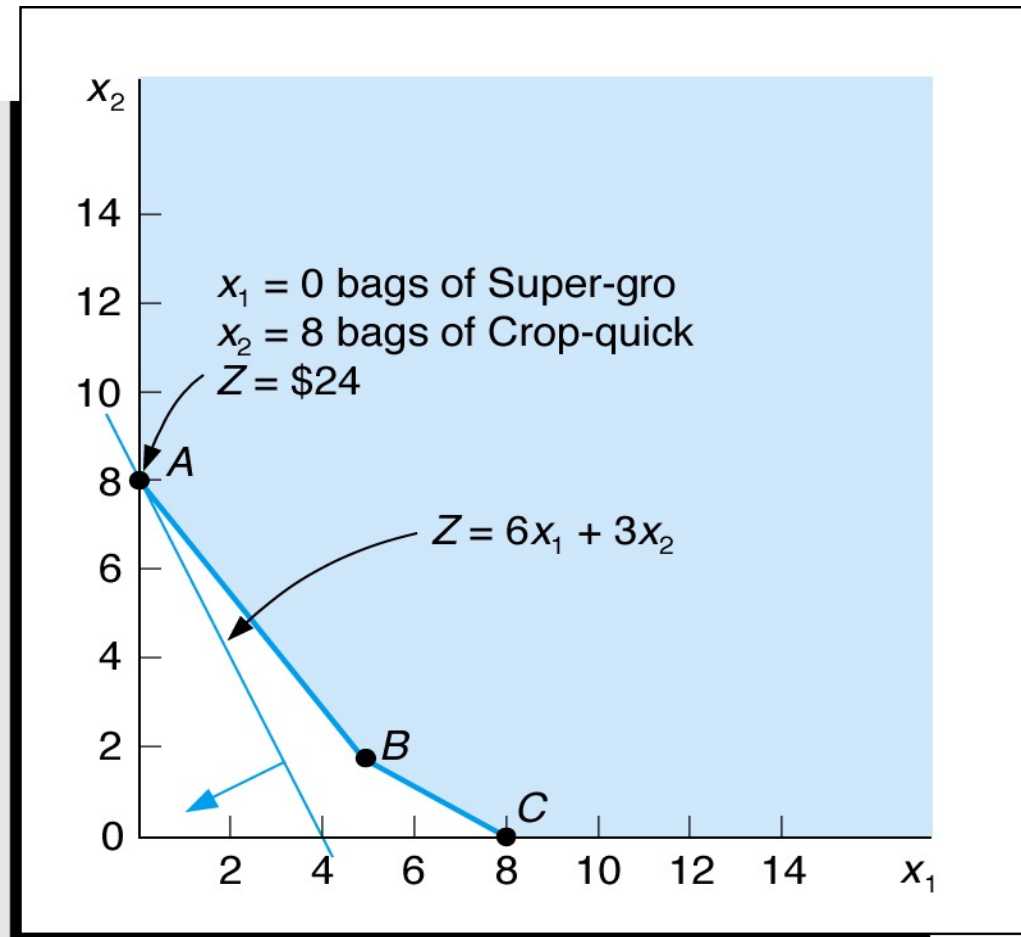


$$\text{Min } Z = \$6x_1 + \$3x_2$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16$$

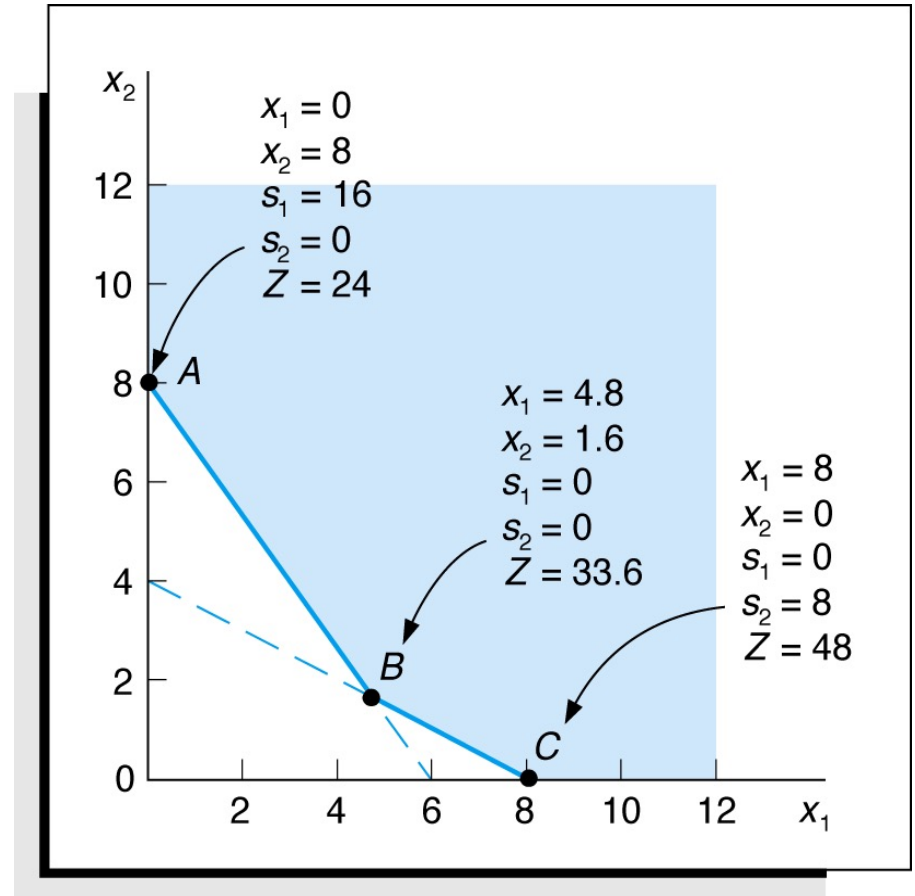
$$4x_2 + 3x_1 \geq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Yapay Değişkenler

$$\begin{aligned}\text{Min } Z &= \$6x_1 + \$3x_2 + 0s_1 + 0s_2 \\ 2x_1 + 4x_2 - s_1 &= 16 \\ 4x_2 + 3x_2 - s_2 &= 24 \\ x_1, x_2, s_1, s_2 &\geq 0\end{aligned}$$



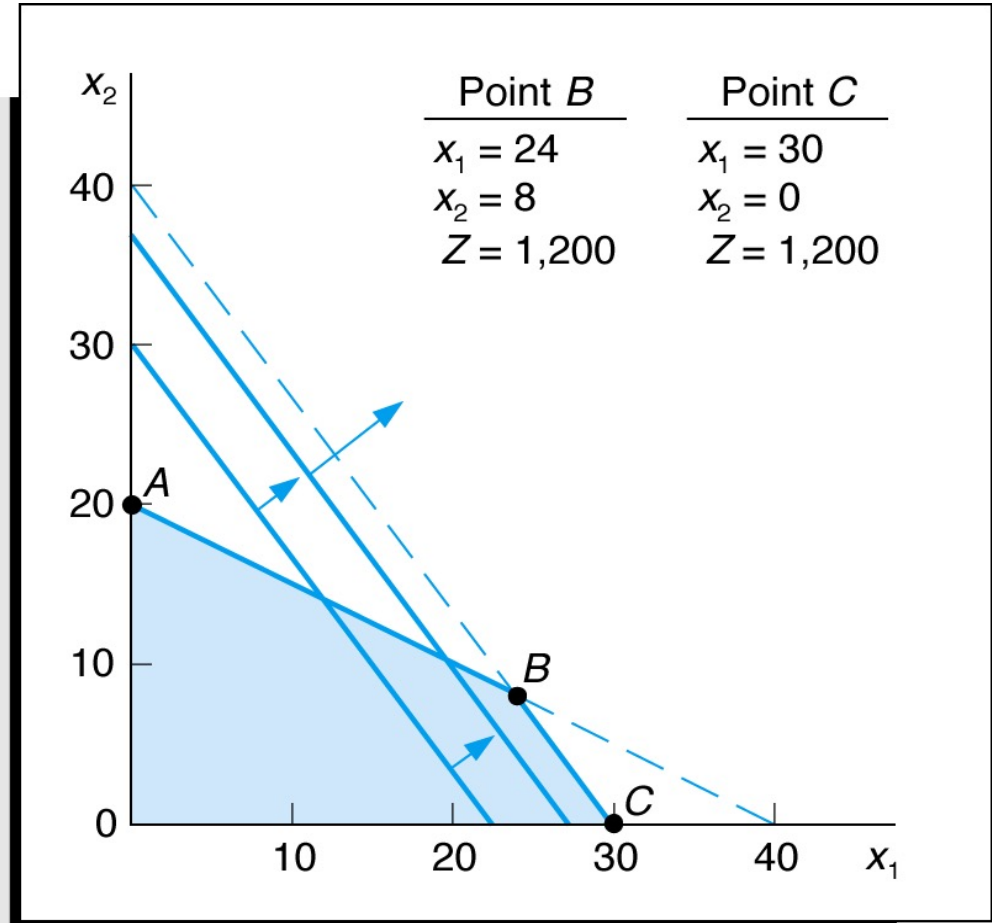
DPP - Aykırı Durumlar

- Çoklu optimal çözümler
- Uygulanabilir olmayan çözümler
- Sınırsız çözümler

Çoklu Optimal Çözümler – Alternatif Çözüm

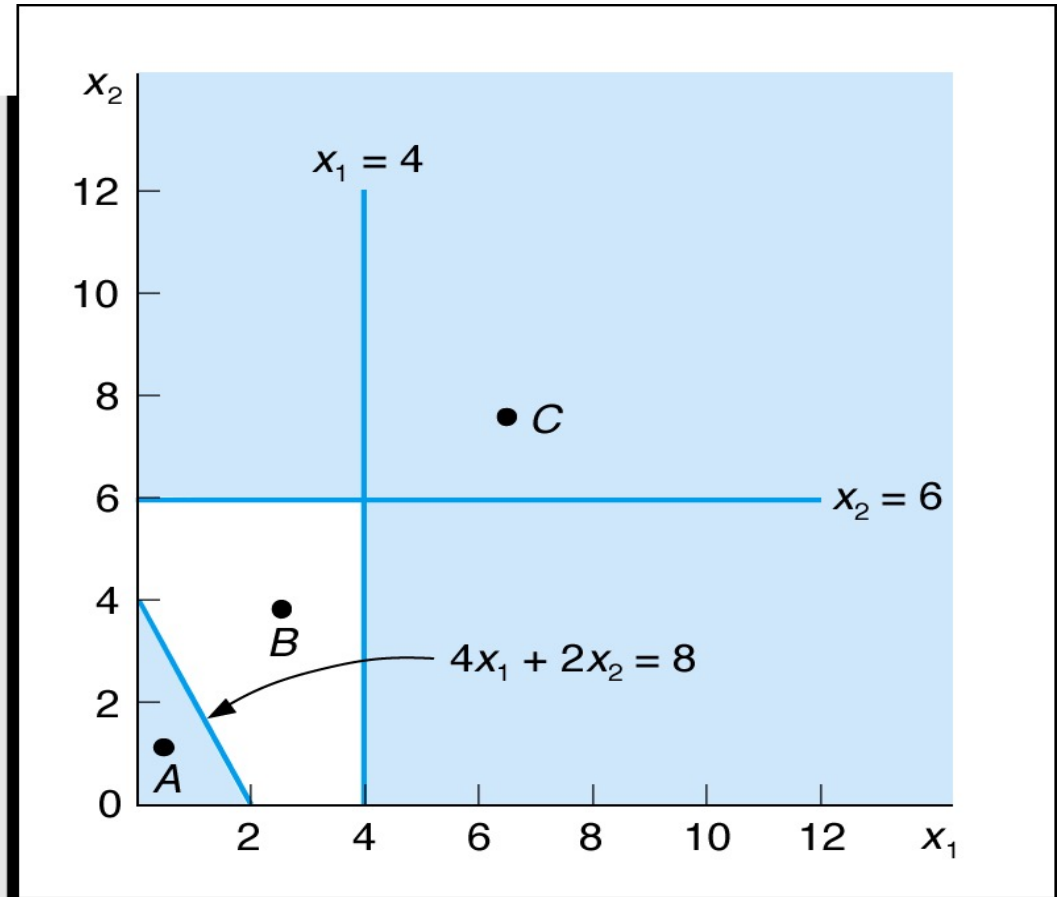
Amaç fonksiyonu eğrisi, kısıt eğrisine paraleldir.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= \$40x_1 + 30x_2 \\ 1x_1 + 2x_2 &\leq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



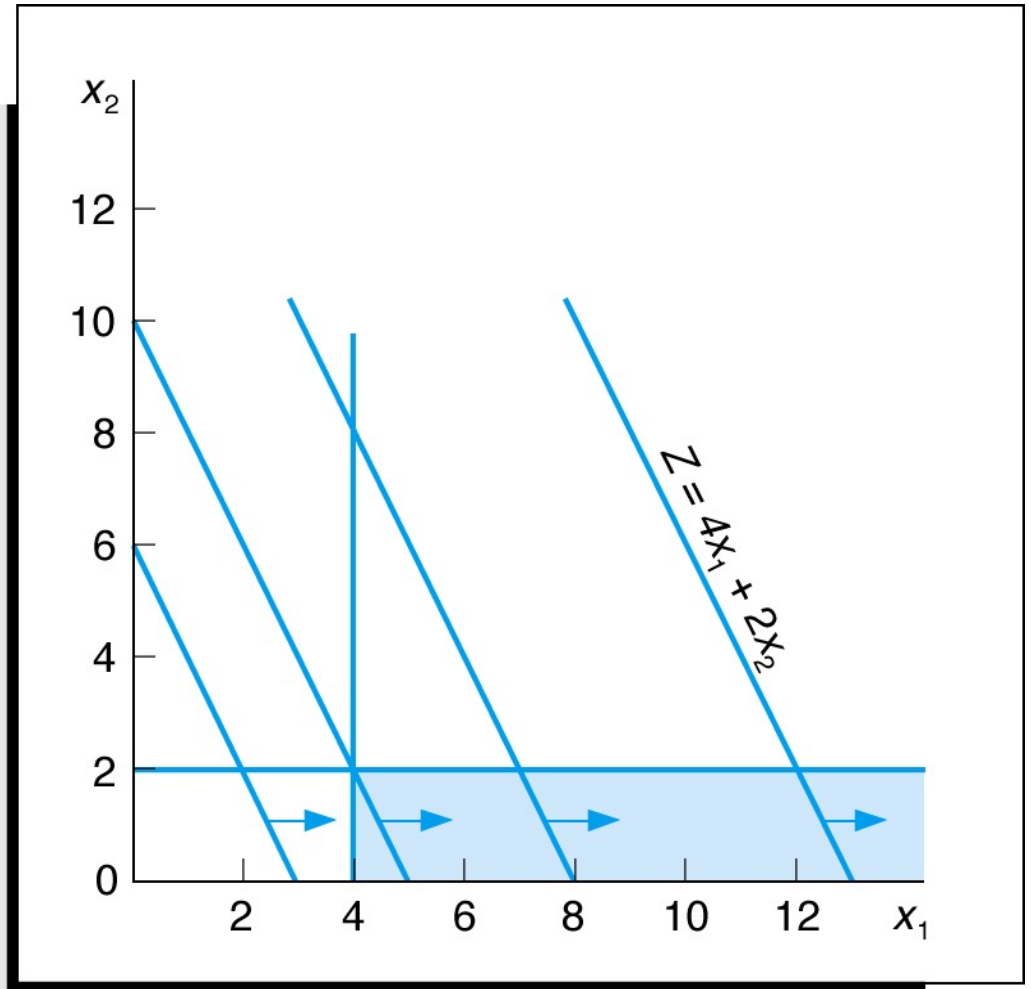
Geçersiz Çözümler

$$\begin{aligned}\text{Max } Z &= 5x_1 + 3x_2 \\ 4x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ x_1 &\geq 4 \\ x_2 &\geq 6 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$



Sınırsız Çözümler

$$\begin{aligned}\text{Max } Z &= 4x_1 + 2x_2 \\ x_1 &\geq 4 \\ x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$



Ödev

Bir şirket 1000 tane sosisli sandviç üretmektedir. Sandviç karışımında dana eti ve tavuk eti olmak üzere iki malzeme bulunmaktadır. Bir birim tavuk eti kullanmanın maliyeti 3 dolar ve bir birim dana eti kullanmanın maliyeti ise 5 dolardır. Üretilen sandviçlerin en az 500 tanesinde tavuk eti ve en az 200 tanesinde dana eti kullanılmalıdır. Tavuk eti, dana etinden 2 kat daha fazla olmalıdır. Şirket, maliyeti en aza indirecek sandviç karışımını bilmek istiyor. Bu probleme en uygun doğrusal programlama modelini kurarak, grafik metot ile çözümleyiniz.